PITAGORAS
ACADEMIA

TRIGONOMETRÍA

Profesor
DAVIS REYES

GEOMETRÍA ANALÍTICA

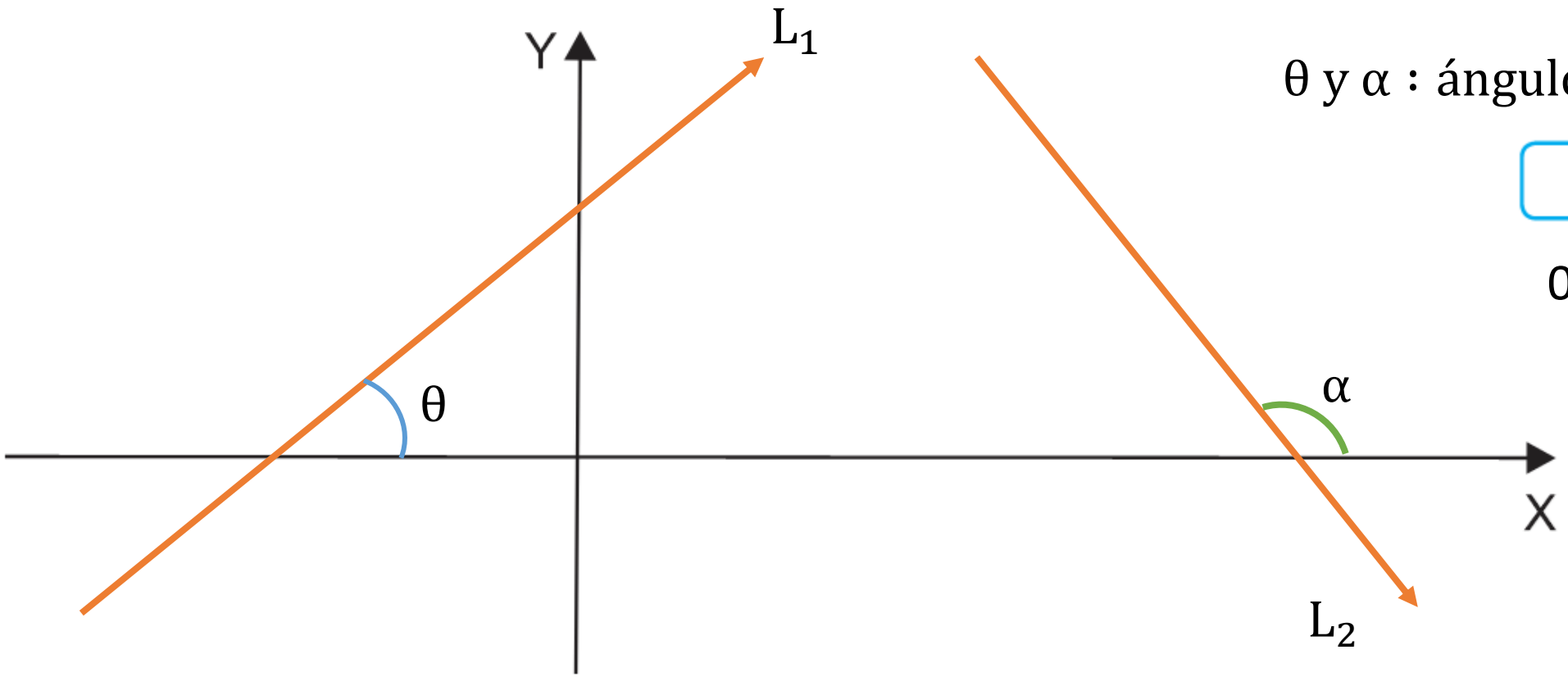
ECUACIÓN DE LA RECTA

LA RECTA EN EL PLANO CARTESIANO

LA RECTA .- Una recta es el conjunto de puntos cartesiano, que posee una orientación y además tomando dos puntos cualesquiera su pendiente no varia.

ÁNGULO DE INCLINACIÓN DE UNA RECTA

El ángulo de inclinación es aquel ángulo que es formado por una recta con el eje de las abscisas. Se mide desde el eje de las abscisas hasta la recta, en sentido antihorario, y su valor va desde cero grados 0° hasta 180°.



θ y α : ángulo de inclinación

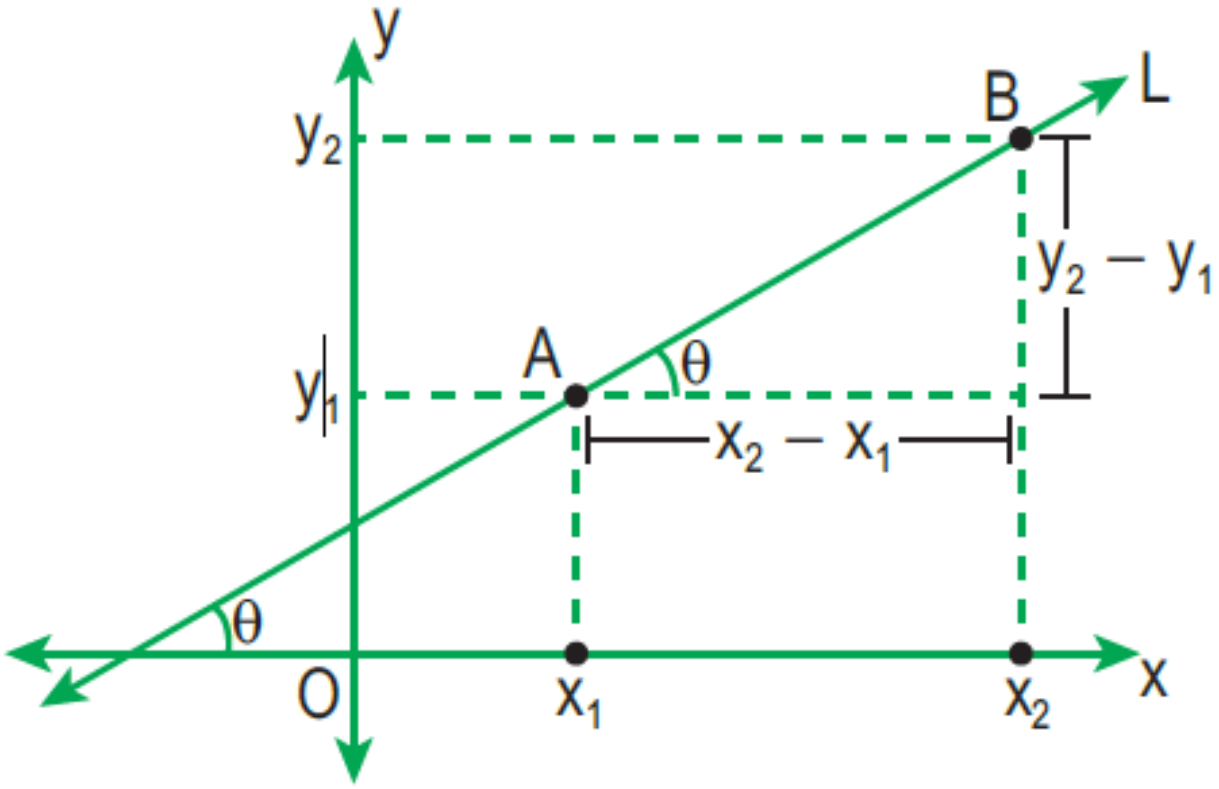
$$0° \leq \theta \leq 180°$$

$$0° \leq \alpha \leq 180°$$

ECUACIÓN DE LA RECTA

PENDIENTE DE UNA RECTA

Sean A(x1; y1) y B(x2; y2), dos puntos cualesquiera de una recta, entonces la pendiente de esa recta se calcula aplicando la siguiente fórmula:



$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

También podemos definir a la pendiente de una recta como la tangente de su ángulo de inclinación:

$$m = \tan\theta$$

ECUACIÓN DE LA RECTA

Ejemplo:

El ángulo de inclinación de una recta es 37°, y además pasa por los puntos (4; 3) y (n; 12), calcula el valor de n.

Resolución:

Por dato sabemos que el ángulo de inclinación mide 37°; es decir: $m = \tan 37° \Rightarrow m = 3/4$

Además, conocemos dos puntos de paso de la recta, (4; 3) y (n; 12), luego:

$$m = \frac{12 - 3}{n - 4}$$

Reemplazamos el valor de la pendiente y obtenemos:

$$\frac{3}{4} = \frac{12 - 3}{n - 4} \Rightarrow 3n - 12 = 48 - 12$$

$$3n = 48$$

$$\therefore\ n = 16$$

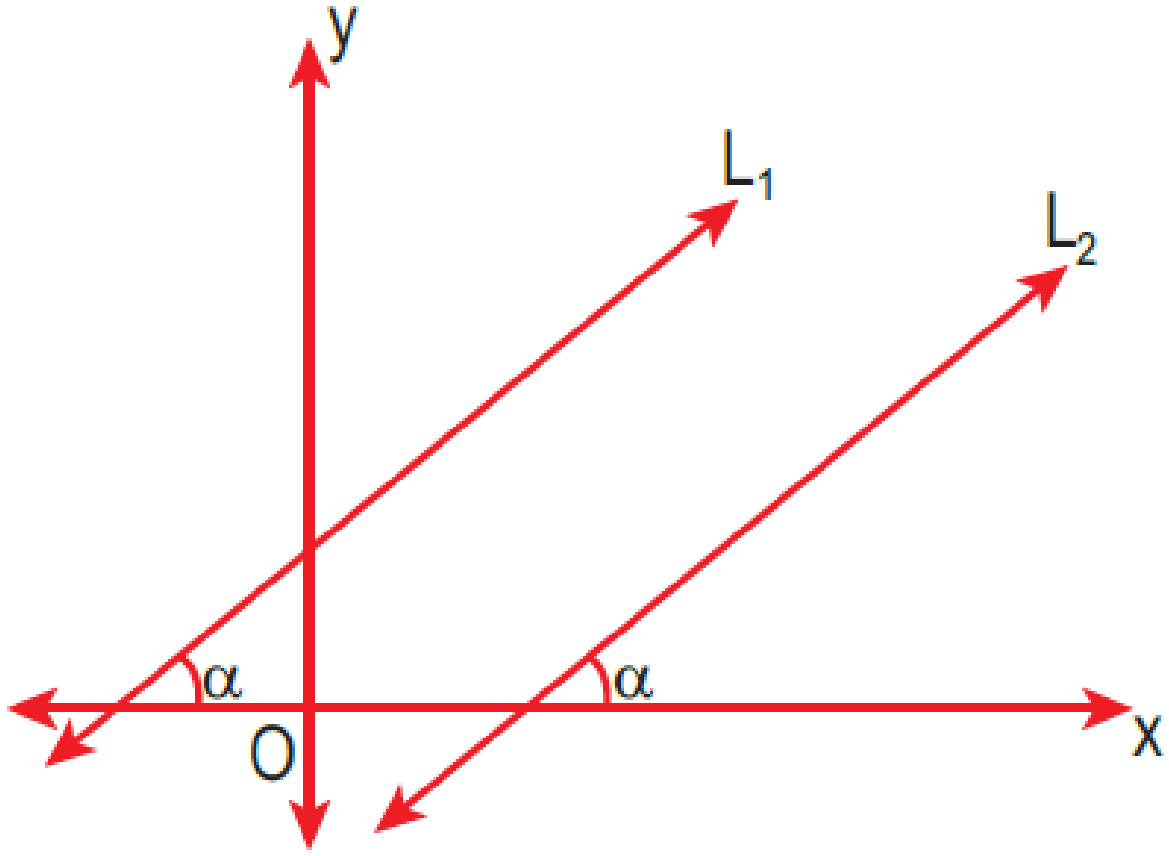
POSICIONES RELATIVAS DE DOS RECTAS

I. Rectas paralelas

Si dos rectas son paralelas, entonces los valores de sus pendientes son iguales.

Es decir:

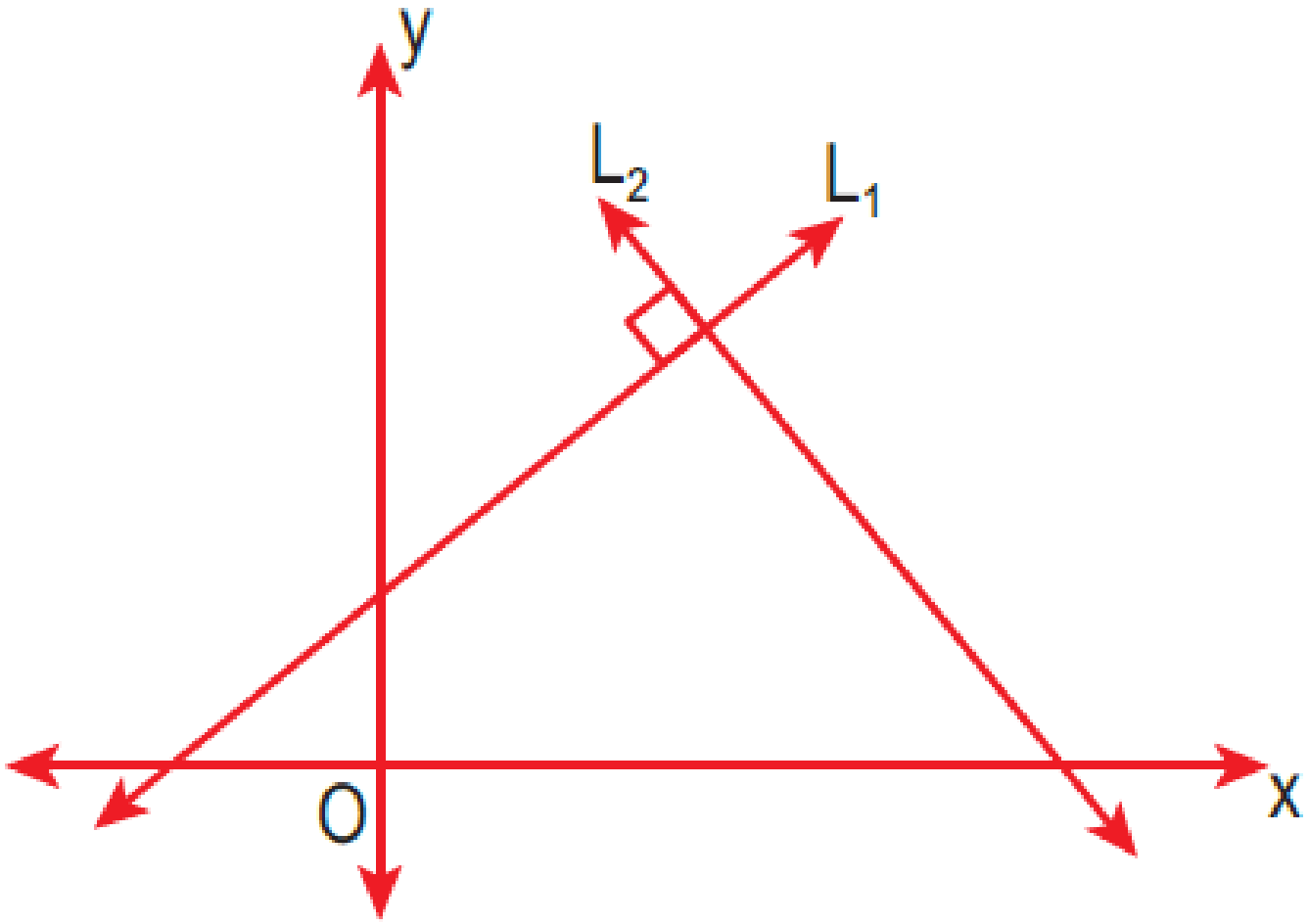
Si: $L_1 \,//\, L_2$ & $m_1 = m_2$



II. Rectas perpendiculares

Si dos rectas son perpendiculares, entonces el producto de sus pendientes es igual a -1.
Es decir:

Si: $\overleftrightarrow{L_1} \perp \overleftrightarrow{L_2} \quad \Rightarrow \; m_1 \,.\, m_2 = -1$



ECUACIÓN DE LA RECTA

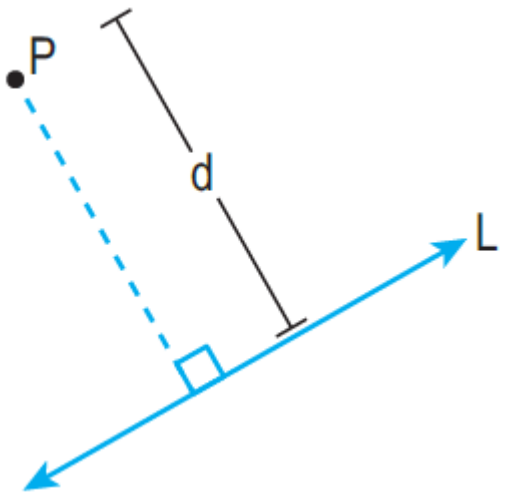
ECUACIÓN GENERAL DE LA RECTA

La ecuación general de la recta está dada por: $\boxed{Ax + By + C = 0}$

Donde su pendiente es igual a: $m = -\dfrac{A}{B}$ y $B \neq 0$

DISTANCIA DE UN PUNTO A UNA RECTA

Dada la recta L: $Ax + By + C = 0$ y el punto $P(x_1; y_1)$, la distancia que los separa se calculará así:

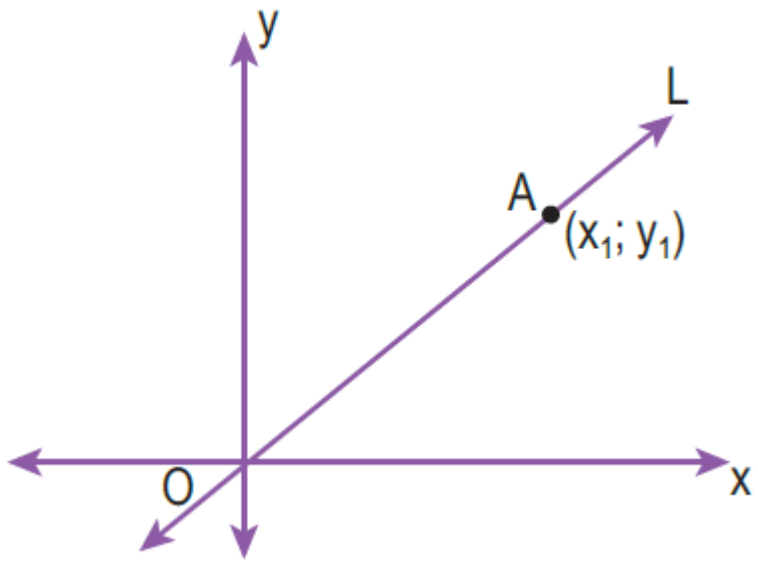


$$\boxed{d(P; \overleftrightarrow{L}) = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}}$$

ECUACIÓN DE LA RECTA

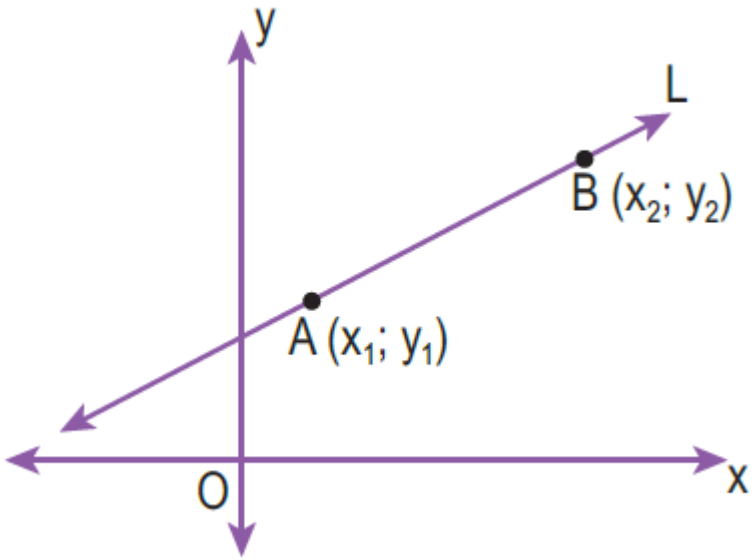
La ecuación de una recta puede ser expresada de diferentes formas, tomando en cuenta su ubicación geométrica o los datos que tengamos de ella.

I. Conociendo un punto de la recta y su pendiente.



$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

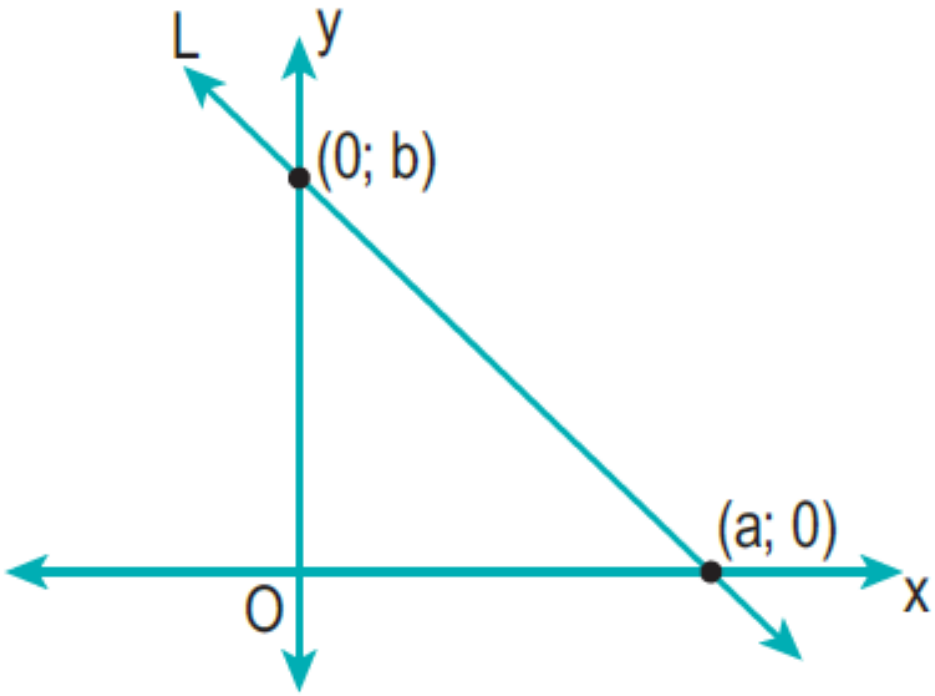
II. Conociendo dos puntos de la recta.



$$y - y_1 = \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right)(x - x_1)$$

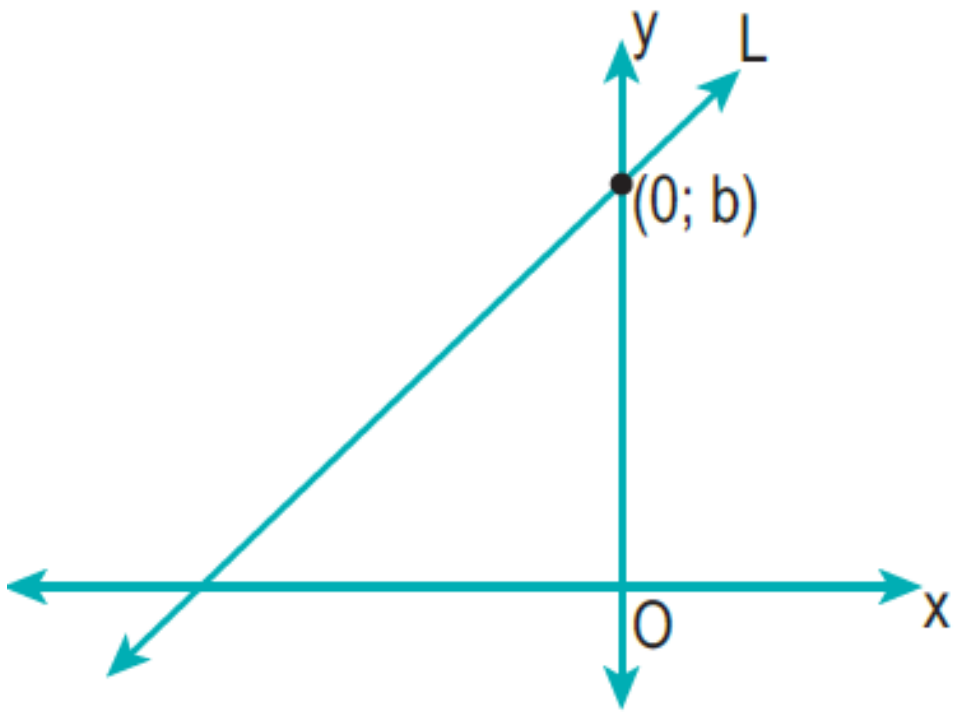
ECUACIÓN DE LA RECTA

III. Conociendo los interceptos de la recta con los ejes coordenados.



$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

IV. Conociendo el intercepto de la recta con el eje de ordenadas y su pendiente (m).



$$y = mx + b$$

Ejemplo:

Halla la distancia del punto (3; 4) a la recta L: 4x + 3y + 1 = 0.

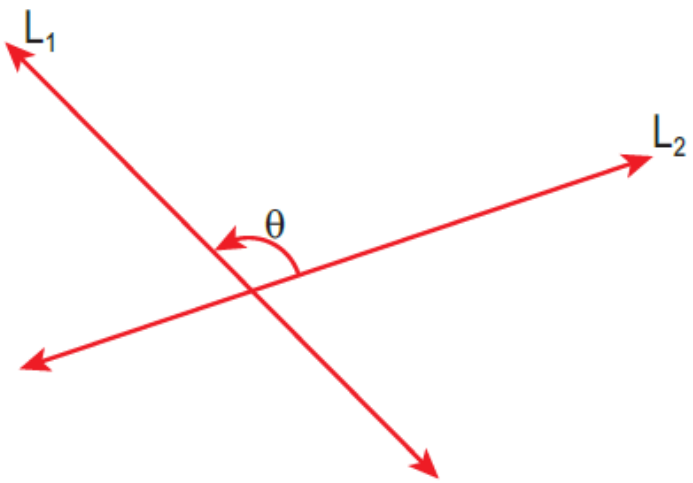
Resolución:

Dado el punto (3; 4) y la recta L: 4x + 3y + 1 = 0, la distancia entre ellos será:

$$d(P;\overleftrightarrow{L}) = \frac{|4(3)+3(4)+1|}{\sqrt{4^2+3^2}} = \frac{25}{5} = 5$$

ÁNGULO ENTRE DOS RECTAS

Cuando dos rectas orientadas se intersecan se forman 4 ángulos, a cada uno de estos ángulos se les llama ángulo entre dos rectas. Al conocer la pendiente de cada uno de las rectas intersecadas, el ángulo formado entre ellas se calcula utilizando la siguiente fórmula:



$$\tan\theta = \left|\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 . m_2}\right|$$

Donde: m_1 es pendiente de $\overleftrightarrow{L_1}$

m_2 es pendiente de $\overleftrightarrow{L_2}$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Halla la pendiente de la recta que pasa por los puntos (3; 2) y (2; -1).

Resolución:

Recordemos:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Reemplazamos para los puntos (3; 2) y (2; –1):

$$m = \frac{2-(-1)}{3-2} = \frac{2+1}{3-2} = 3$$

$$\therefore\ m = 3$$

2. Halla la ecuación de la recta, cuyo ángulo de inclinación es 53° y pasa por el punto (2; 3).

Resolución:

Pendiente: $m = \tan\alpha = \tan 53° \Rightarrow m = \frac{4}{3}$

Ecuación de la recta:

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$(y-3) = \frac{4}{3}(x-2)$$

$$3(y-3) = 4(x-2)$$

$$3y - 9 = 4x - 8 \ \Rightarrow\ \overleftrightarrow{L}: 4x - 3y + 1 = 0$$

ECUACIÓN DE LA RECTA

3. Halla la distancia del punto P(2; 3) a la recta L: -3x + 4y + 4 = 0.

Resolución:

La distancia $d(P; \overleftrightarrow{L})$, es:

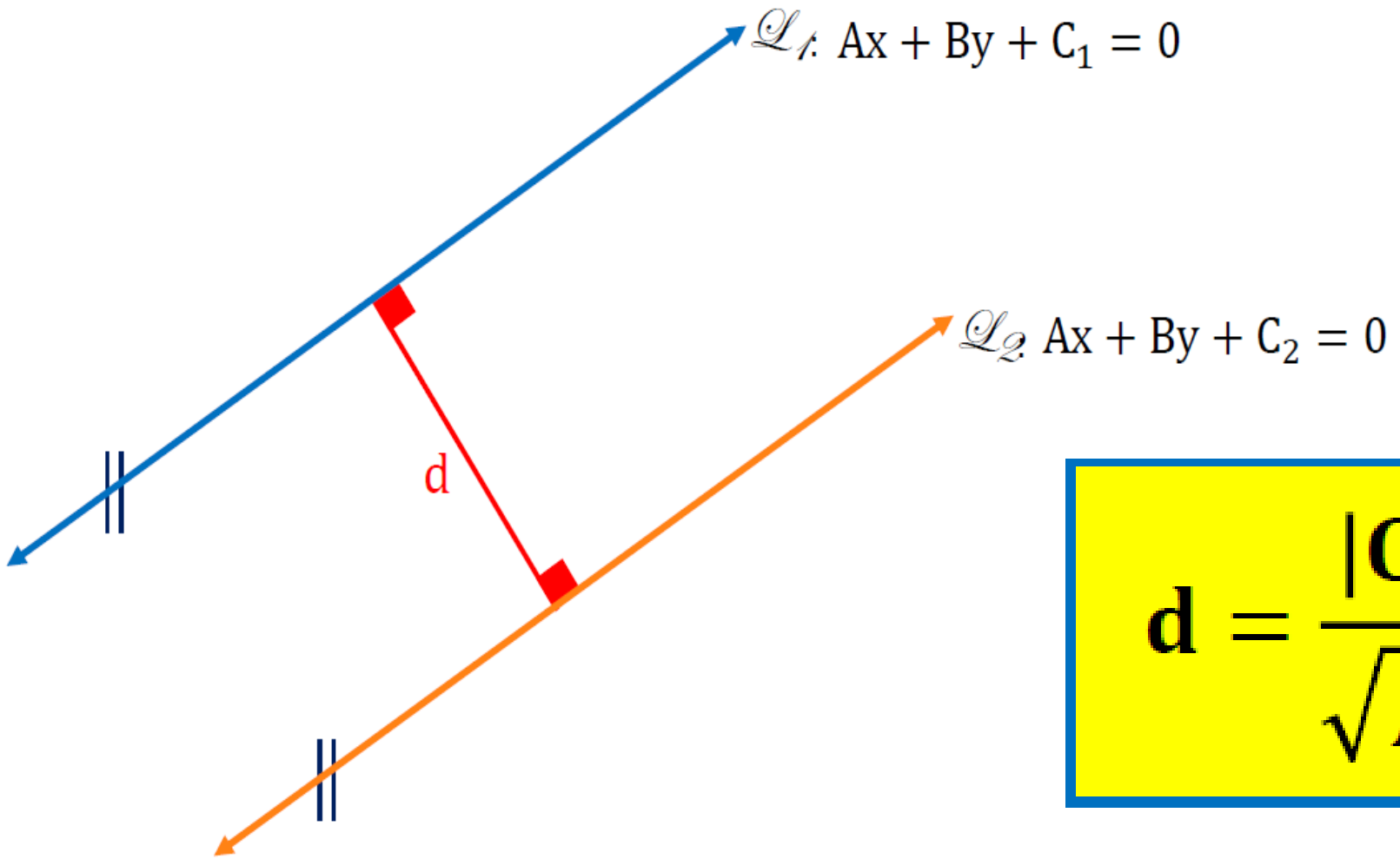
$$d(P; \overleftrightarrow{L}) = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$d(P; \overleftrightarrow{L}) = \frac{|(-3)(2) + (4)(3) + 4|}{\sqrt{(-3)^2 + (4)^2}}$$

$$d(P; \overleftrightarrow{L}) = \frac{|-6 + 12 + 4|}{\sqrt{25}} = \frac{|10|}{5}$$

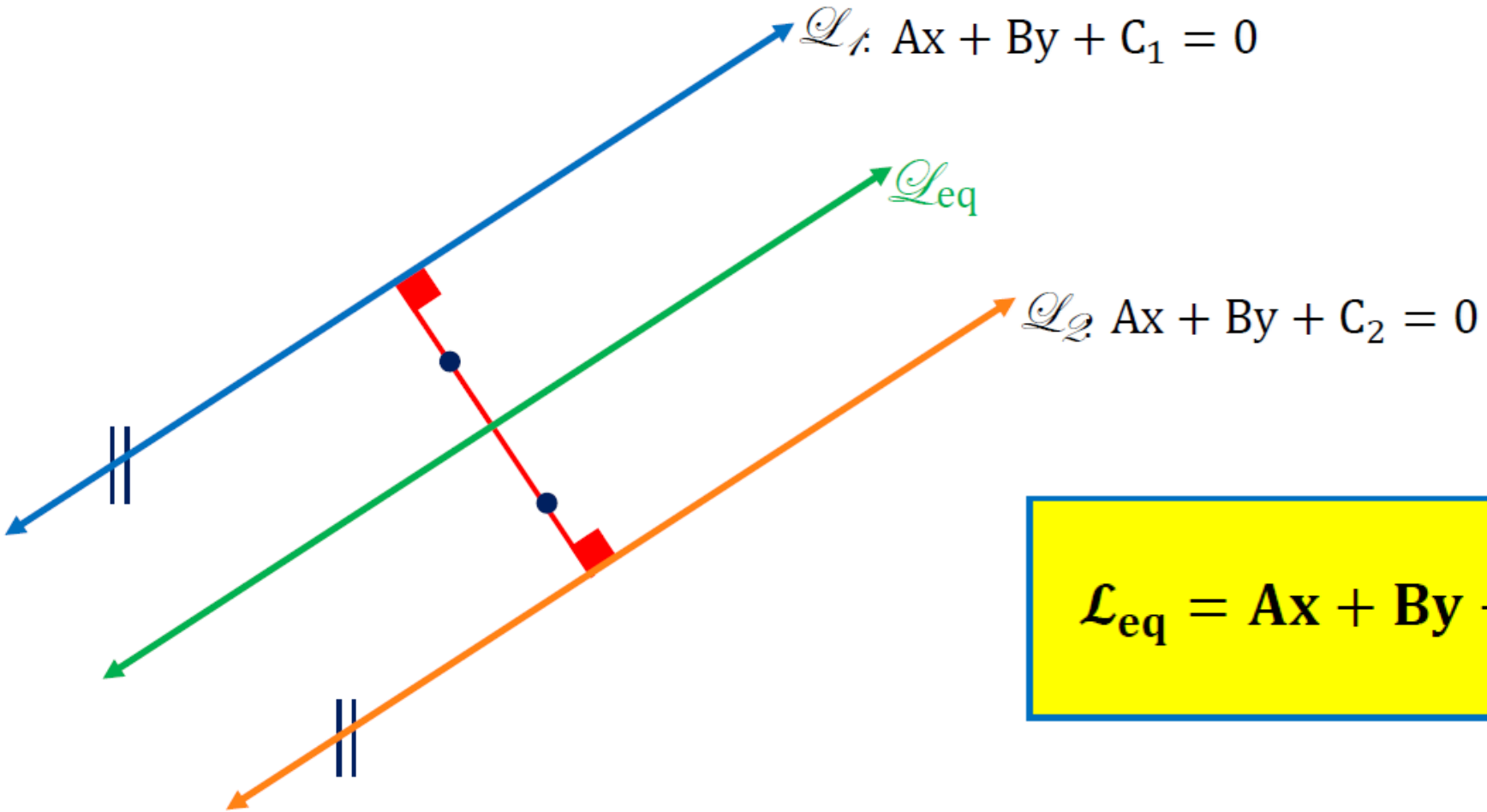
$$\therefore\ d(P; \overleftrightarrow{L}) = 2$$

Distancia entre dos Rectas Paralelas



$$\mathbf{d} = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

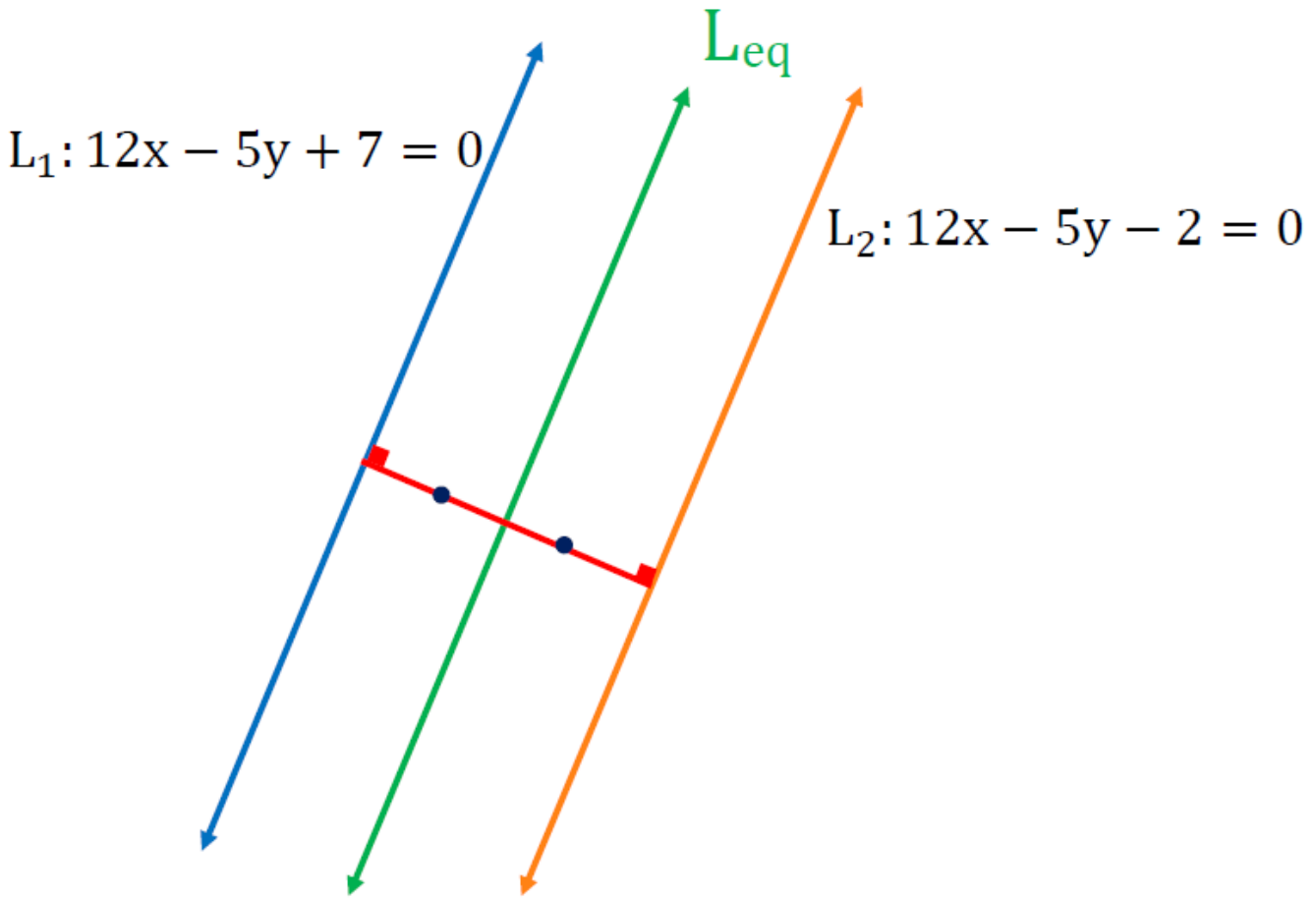
Ecuación de la recta equidistante



$$\boldsymbol{\mathcal{L}_{eq} = Ax + By + \left(\frac{C_1 + C_2}{2}\right) = 0}$$

Ejemplo:

Hallar la ecuación de la recta cuyos puntos equidistan de las rectas paralelas: $L_1: 12x - 5y + 7 = 0 \wedge L_2: 12x - 5y - 2 = 0$



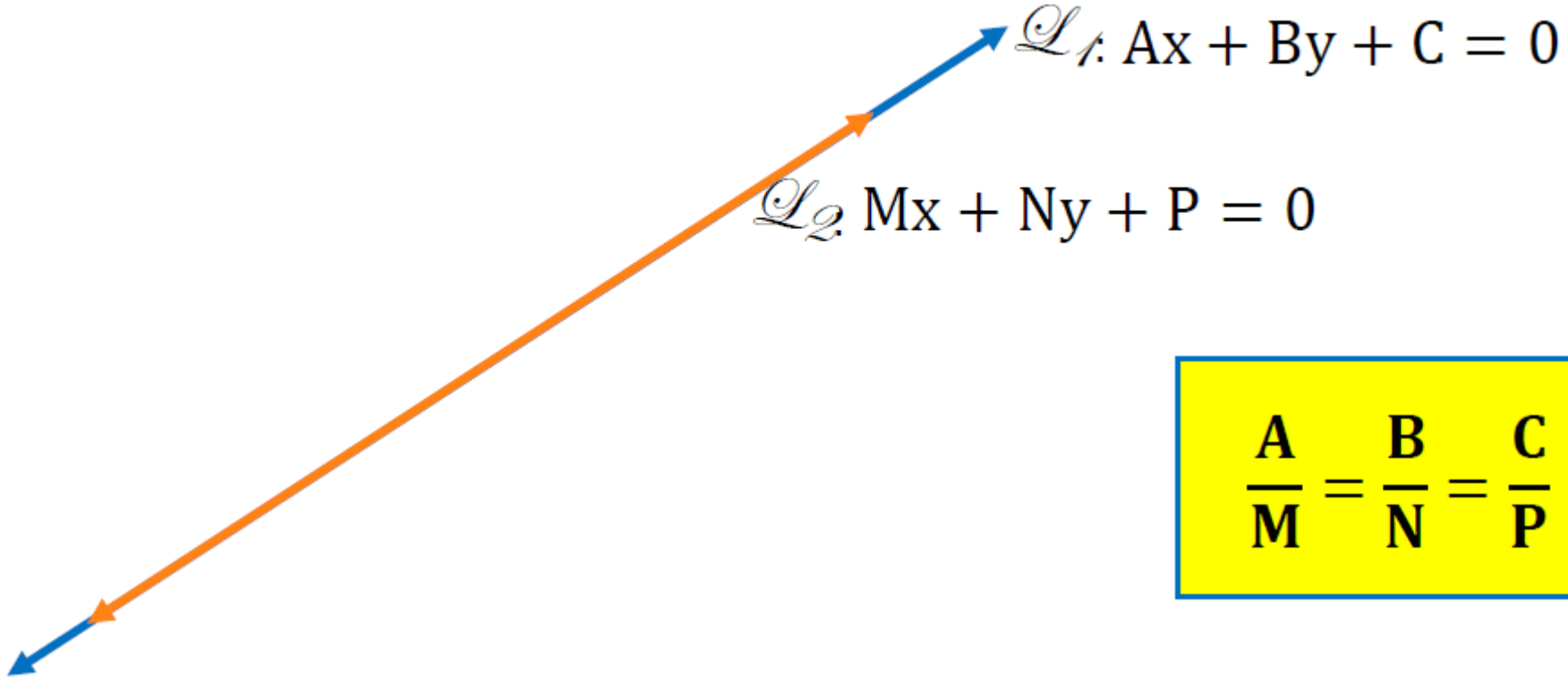
$$L_{eq}: 12x - 5y + \left(\frac{7 + (-2)}{2}\right) = 0$$

$$L_{eq}: 12x - 5y + \frac{5}{2} = 0$$

$$\therefore \mathbf{L_{eq}: 24x - 10y + 5 = 0}$$

ECUACIÓN DE LA RECTA

Rectas coincidentes:

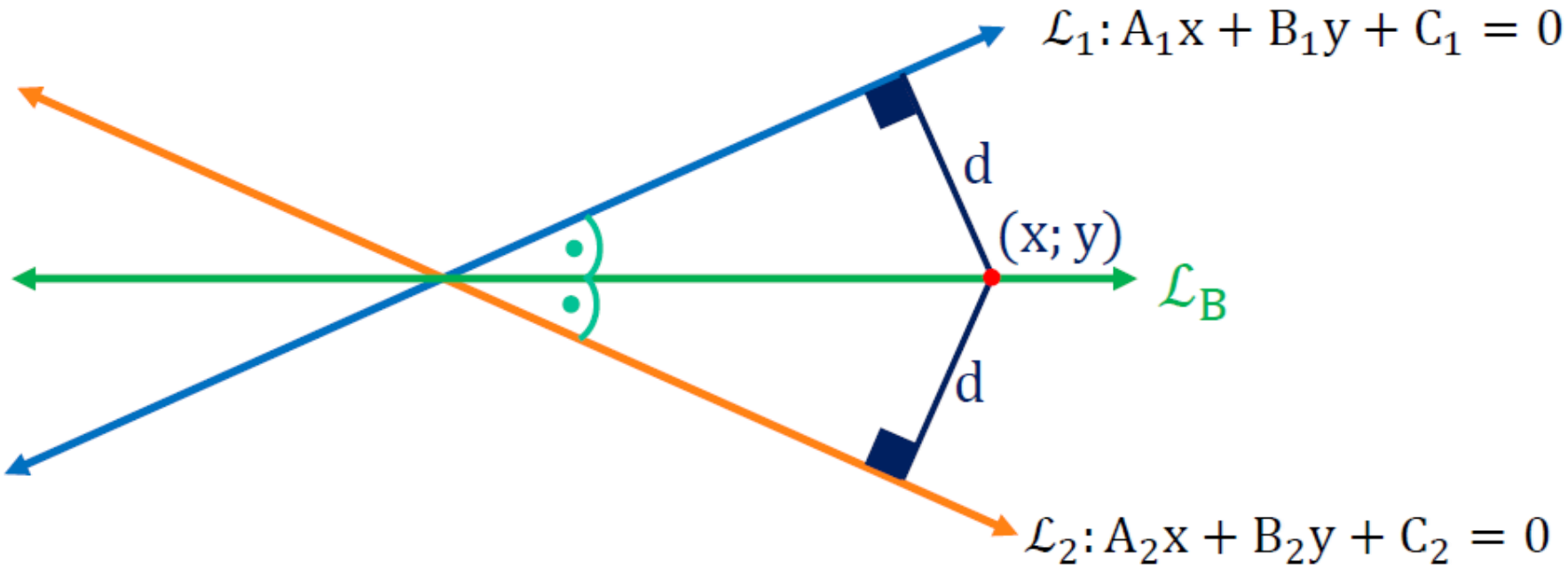


$\mathscr{L}_1$: $Ax + By + C = 0$

$\mathscr{L}_2$: $Mx + Ny + P = 0$

$$\boxed{\frac{A}{M} = \frac{B}{N} = \frac{C}{P}}$$

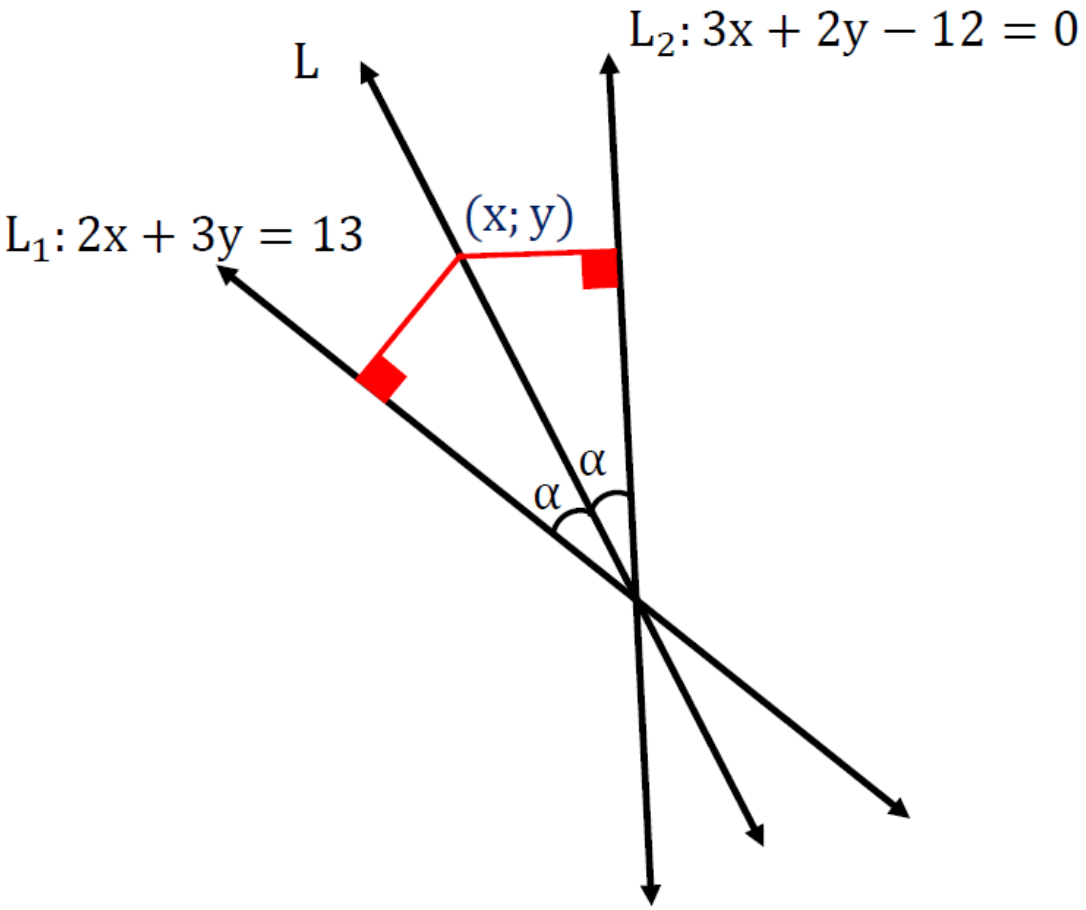
Ecuación de la Recta Bisectriz



$$\frac{|A_1x + B_1y + C_1|}{\sqrt{A_1{}^2 + B_1{}^2}} = \frac{|A_2x + B_2y + C_2|}{\sqrt{A_2{}^2 + B_2{}^2}}$$

Ejemplo:

Del grafico mostrado, determine la ecuación de L.



$$\frac{|2(x) + 3(y) - 13|}{\sqrt{2^2 + 3^2}} = \frac{|3(x) + 2(y) - 12|}{\sqrt{3^2 + 2^2}}$$

$$\frac{|2x + 3y - 13|}{\cancel{\sqrt{13}}} = \frac{|3x + 2y - 12|}{\cancel{\sqrt{13}}}$$

$$2x + 3y - 13 = 3x + 2y - 12$$

$$\mathbf{x - y + 1 = 0}$$

$$2x + 3y - 13 = -3x - 2y + 12$$

$$\mathbf{x + y - 5 = 0}$$

MOMENTO DE PRACTICAR

PROBLEMAS Y RESOLUCIÓN

ECUACIÓN DE LA RECTA

1. Las rectas $L_1: 2ax - (b+2)y + 8 = 0, L_2: ax - by + 7 = 0,$ pasan por el punto $(1; 2)$. Calcular: b-a

Resolución

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ECUACIÓN DE LA RECTA

2. Dados los puntos A(-2;1) , B(2;1) y C(3;5), hallar la ecuación de la recta que pasando Por el punto B es paralela a AC.

A) $4x-5y-2=0$ B) $4x+5y+3=0$ C) $5x+4y+3=0$
D) $5x-4y-3$ E) $4x-5y-13=0$

ECUACIÓN DE LA RECTA

3. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto (-2;0) y que tiene como ángulo de Inclinación 37°.

A) $4x-3y+8=0$ B) $3x-4y-6=0$ C) $3x+4y-6=0$
D) $3x+4y+6=0$ E) $3x-4y+6=0$

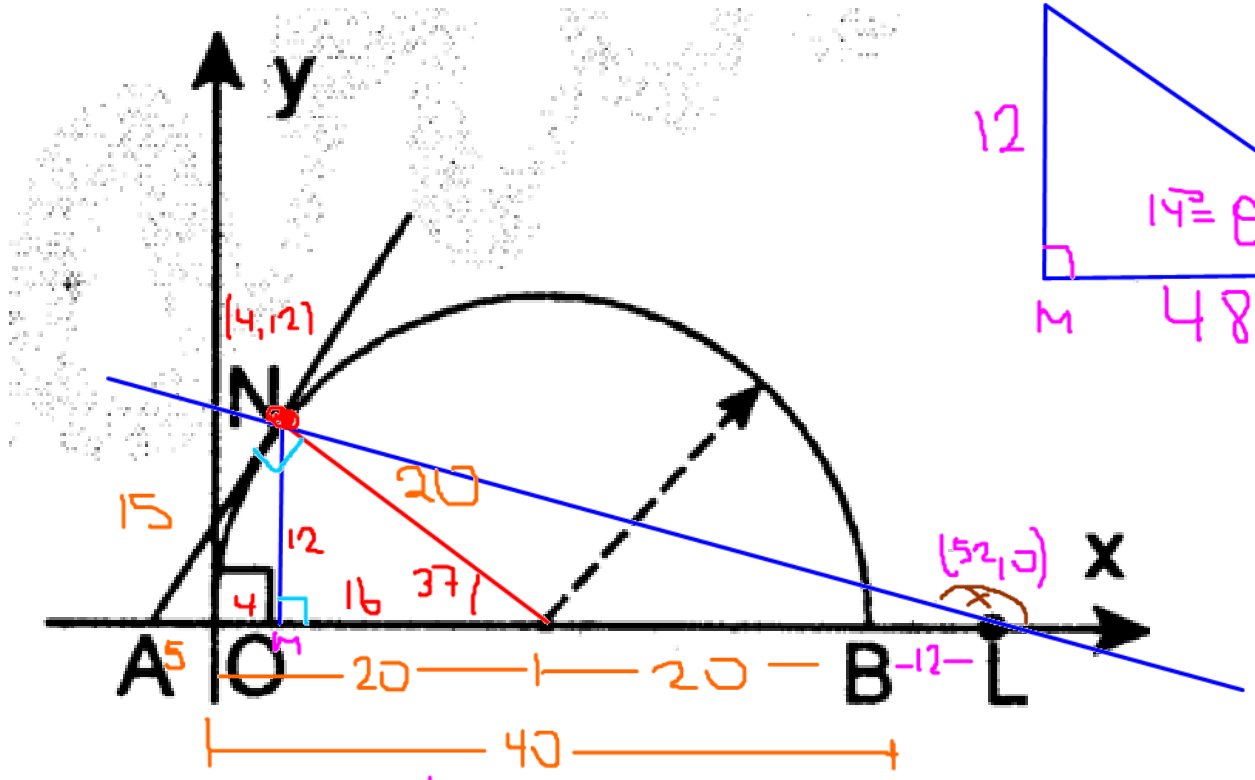
ECUACIÓN DE LA RECTA

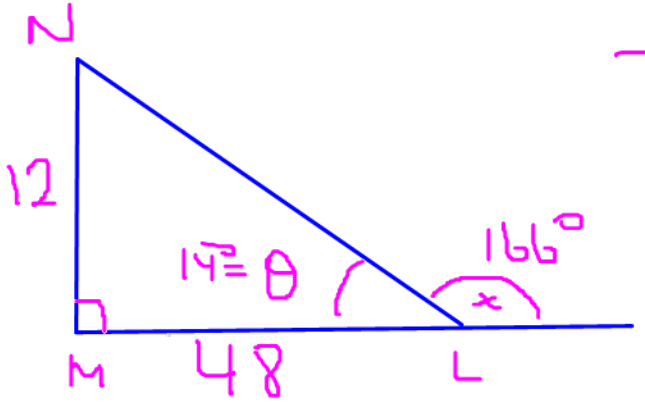
4. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el origen de coordenadas e intercepta a una Recta en el punto A(2,1).

A) $x-2y=0$ B) $x+2y=0$ C) $23x-25y=0$
D) $25x-2y=0$ E) $2x-y=0$

ECUACIÓN DE LA RECTA

5. Según la figura N : punto de tangencia BO = 8AO = 40u y la longitud de BL es igual a la Ordenada del punto N. Calcular la medida del angulo de inclinación de la recta que contiene a los puntos N y L.





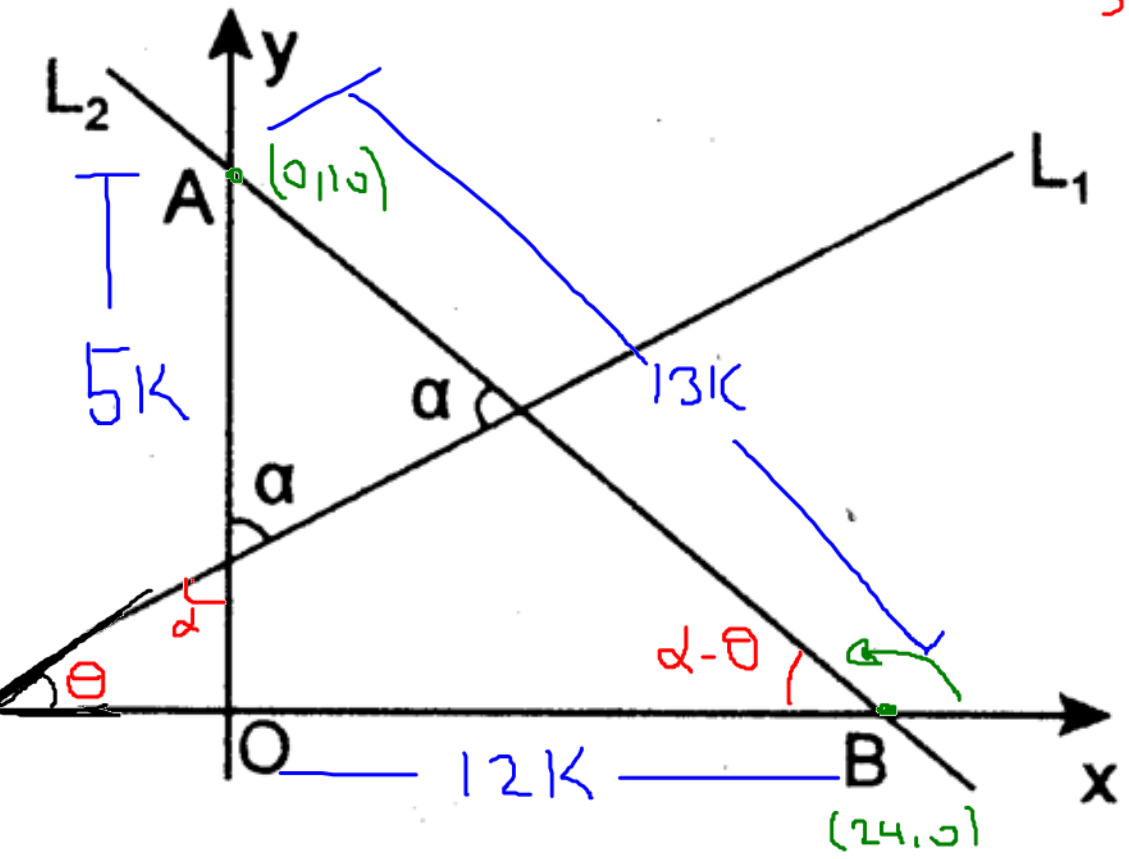
$Tg\theta = \frac{1}{4} \Rightarrow tg\theta = 14$

A)150° B)166° C)127°
D)143° E)164°

ECUACIÓN DE LA RECTA

6. En la figura la ecuación de $L_1 = 2x - 3y + 6 = 0$ y el perimetro del triángulo AOB es 60u, hallar la ecuación de L_2.

$Tg\theta = \frac{2}{3} \wedge tg\alpha = \frac{3}{2}$



$Tg(\alpha-\theta) = \frac{\frac{3}{2}-\frac{2}{3}}{1+1} = \frac{\frac{5}{6}}{2} = \frac{5K}{12K}$

$2p = 60 = 30K$

$2 = K$

$-\frac{5}{12} = \frac{y-0}{x-24} \rightarrow -5x + 120 = 12y$

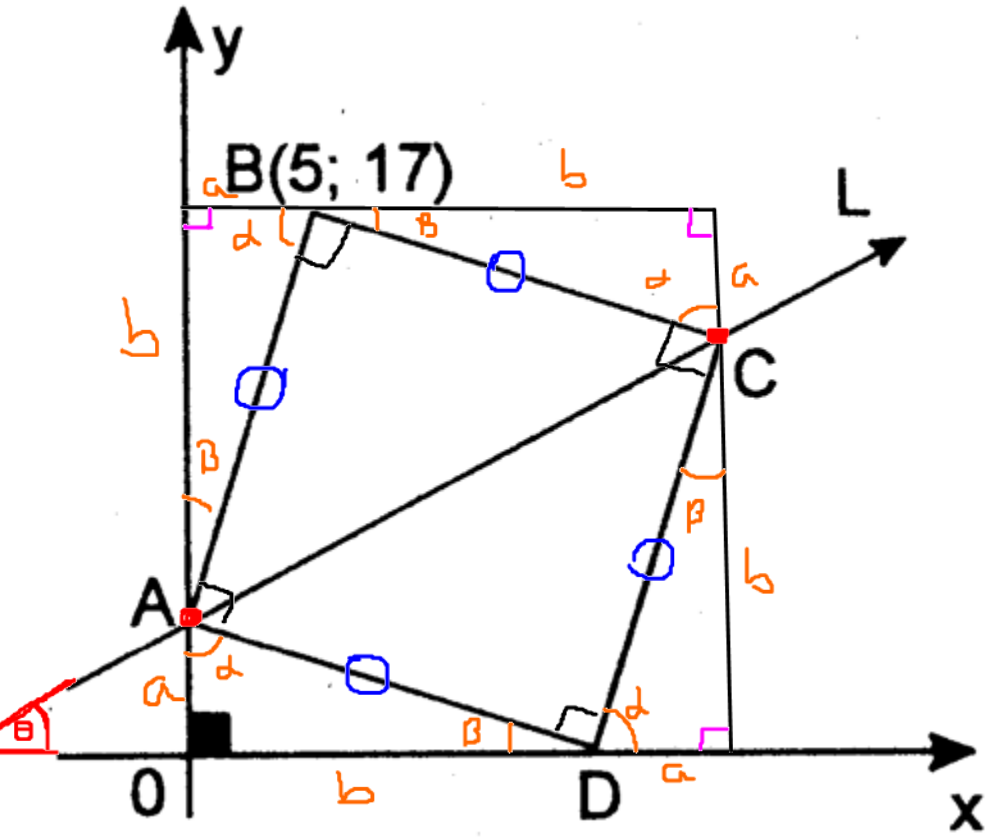
$\mathcal{L}_2: 5x + 12y - 120 = 0$

A) 5x+12y-120=0 B) 5x-12y+60=0 C) 4x +3y +40 =0

D) 4x+3y-30 =0 E) 3x+2y-10=0

ECUACIÓN DE LA RECTA

7. Si ABCD es un cuadrado, hallar la ecuación de la recta L



$a = 5$

$a + b = 17$

$\downarrow$

12

$A = (0, 5)$

$C = (17, 12)$

$m_L = \frac{12-5}{17-0} = \frac{y-5}{x-0}$

$\frac{7}{17} = \frac{y-5}{x}$

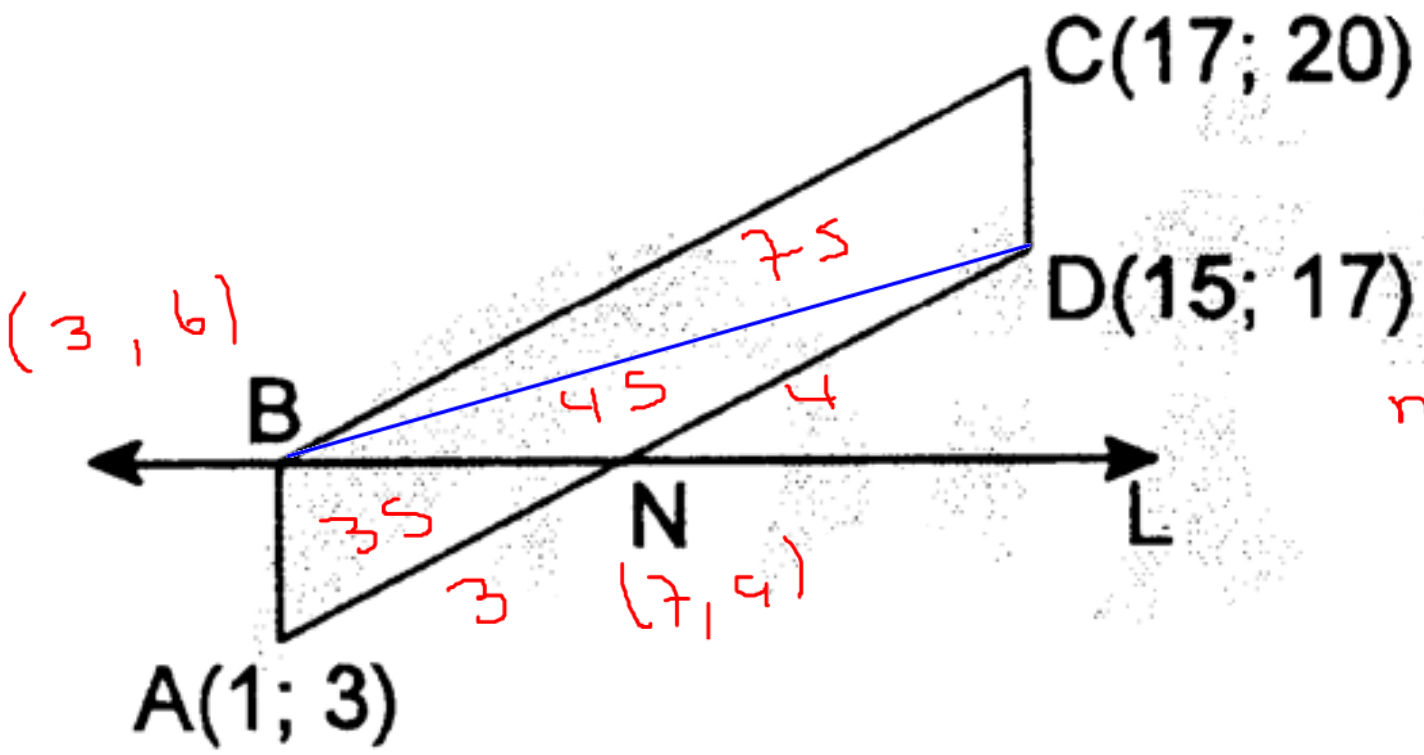
$7x = 17y - 85$

$L: 7x - 17y + 85 = 0$

A) 7x-17y+85=0 B) 7x-17y+75=0 C) 7x-17y+65=0
D) 7x-17y+55=0 E) 7x-17y+45=0

ECUACIÓN DE LA RECTA

8. Según la figura ABCD es un paralelogramo: $\frac{S_{ABN}}{S_{BCDN}} = \frac{3}{11}$ .Hallar la ecuación de la recta L.



$$N = \frac{3(15,17)+4(1,3)}{7}$$

$$N = (7,9)$$

$$m_L = \frac{9-6}{7-3} = \frac{y-6}{x-3}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{y-6}{x-3}$$

$$3x-9 = 4y-24$$

$$L: 3x-4y+15=0$$

A) 4x-3y+15=0 B) 3x-2y+7=0 C)x-2y+7=0

D) 2x-4y+15=0 E) 3x-4y+15=0

ECUACIÓN DE LA RECTA

9. Hallar la ecuación de la recta que pasa por (-1;4) y es paralela a la recta L : $6x-y=\frac{\sqrt{\pi}}{2}$

$$\frac{y-4}{x--1}=\frac{-6}{-1}$$

$$\frac{y-4}{x+1}=6$$

$$y-4=6x+6$$

$$\mathcal{L}_1: 6x-y+10=0$$

A) x-y+5=0 B)5x-y+3=0 C) 2x-y+3=0

~~D)~~ 6x-y+10=0 E) 6x-y+10=0

ECUACIÓN DE LA RECTA

10. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto (-2;3) y es paralela a la recta:
L : x+2y+9=0

$$m = \frac{y-3}{x--2} = \frac{-1}{2}$$

$$2y-6=-x-2$$

$$L_1 : x+2y-4=0$$

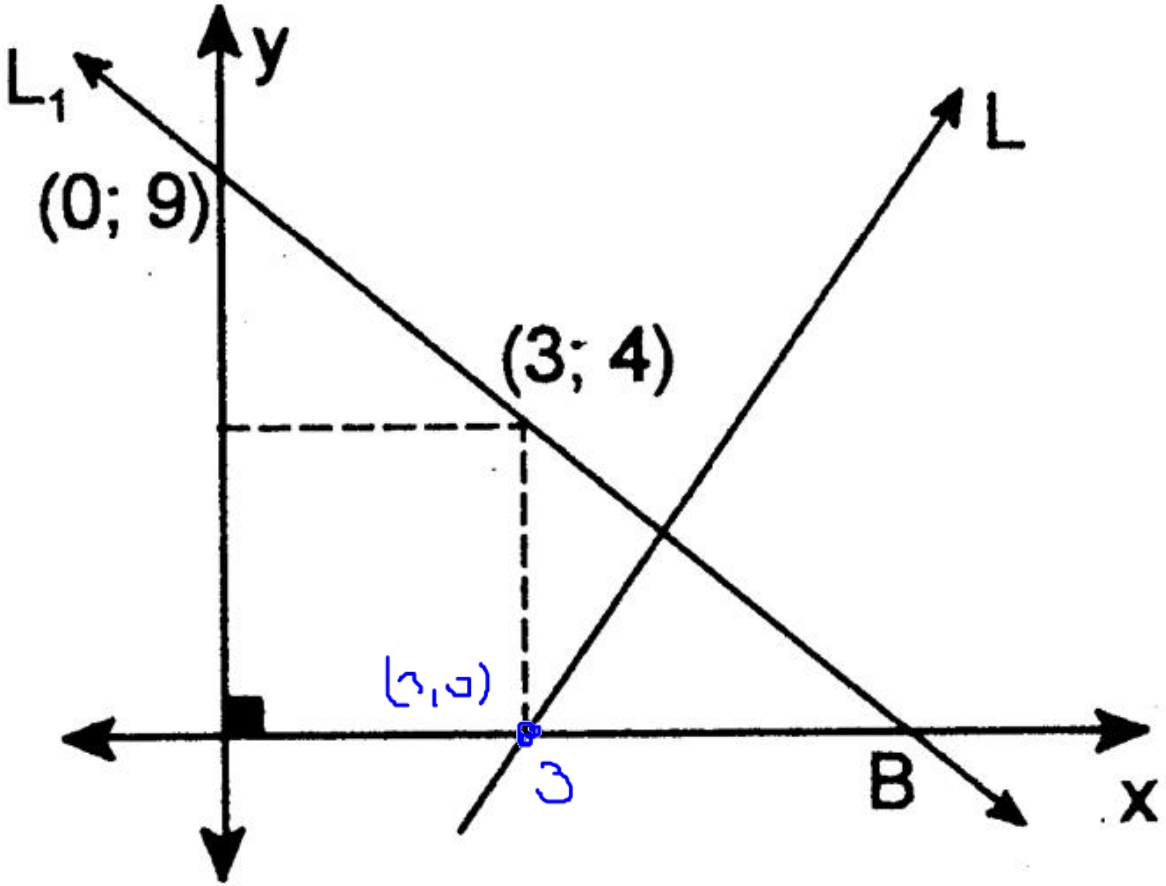
A) x+2y-6=0 B) 2x+4y-5=0 C)x+2y-5=0
D)2x+y+1=0 E)x+2y-4=0

MOMENTO DE PRACTICAR

PROBLEMAS Y RESOLUCIÓN

ECUACIÓN DE LA RECTA

11. Calcular la ecuación de la recta L, si $L_1 \perp L$



$m_{L_1} = \frac{9-4}{0-3} = -\frac{5}{3}$

$m_L = -\frac{3}{5} = \frac{y-0}{x-3}$

$-3x+9=5y$

$L: 3x+5y-9=0$

A) 5x-y+9=0 B)5x-2y+9=0 C)3x-5y-9=0

D) 5x+3y+9=0 E)5x+2y+9=0

ECUACIÓN DE LA RECTA

12. Hallar la pendiente de una recta L_1 si se sabe que se corta con L_2 en el punto (6;8) además el ángulo de inclinación de L_2 es 45°; su intercepto es positivo e igual a los 5/2 Del intercepto de L_1.

A) 5/6 B)6/5 C) 3/5
D)5/3 E) 4/5

ECUACIÓN DE LA RECTA

13. Hallar K de modo que la recta L_1: kx+(k+1)y+2=0, es perpendicular a: L_2 = 3x-2y=4.

$m_1 = \frac{-K}{K+1}$ $\qquad$ $m_2 = \frac{-3}{-2}$

$$\left(\frac{\cancel{-}K}{K+1}\right)\left(\frac{\cancel{-}3}{\cancel{-}2}\right) = -1$$

$$3K = 2K + 2$$

$$K = 2$$

A)1/3 $\qquad$ B)2 $\qquad$ C)1/2

D)1 $\qquad$ E)-1

ECUACIÓN DE LA RECTA

14. Si la recta L_1: ax+2y+b+6=0 pasa por el punto P(2,-3) y es paralela a la recta L_2: (b-2)x-3y+a=0. Calcular: a+b.

$m_1 = m_2$

$-\frac{a}{2} = \frac{2-b}{-3}$

$3a = 4 - 2b$

$3a + 2b = 4$

$(2,-3) \in L_1$

$2a - \cancel{6} + b + \cancel{6} = 0$

$2a + b = 0$

$b = -2a$

$2b = -4a$

$3a - 4a = 4$

$-a = 4$

$a = -4$

$b = 8$

$a + b = \underline{4}$

A)-48 B)-8 C)4

D)8 E)48

ECUACIÓN DE LA RECTA

15. Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos (-1;1) y (3,5).

$$m = \frac{5-1}{3--1} = \frac{4}{4} = \frac{y-1}{x+1}$$

$$x+1 = y-1$$

$$\mathcal{L}: x-y+2=0$$

A)x-y+2=0 B)x+y-2=0 C)x-y-2=0
D)x+y+2=0 E)x+y=0

ECUACIÓN DE LA RECTA

16. La recta L = ax-y+c=0, pasa por el punto (-3;-2) y por el punto de intersección de las rectas: $L_1: 3x + 2y - 2 = 0$ y $L_2: 4x + 3y + 20 = 0$. Calcular: a+c.

A) 18 B)20 C)22
D)24 E)26

ECUACIÓN DE LA RECTA

17. Indicar verdadero (V) o Falso (F), según corresponda:

( ) La recta L : $y=2x+3$ pasa por (1;5)

( ) La recta L : $2x+y=5$ pasa por (2;1)

( ) La recta L : $x-y=5$ pasa por (3;2)

A)VVV B)VVF C)VFV
D)FVV E)VFF

ECUACIÓN DE LA RECTA

18. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto (-1;2) y tiene como pendiente: $m = 2/3$.

A) $2x+3y+8=0$ B) $2x+3y-8=0$ C) $2x-3y+8=0$
D) $2x-3y-8=0$ E) $2x-3y-4=0$

ECUACIÓN DE LA RECTA

19. Los vértices de un cuadrilátero son A(-3;4), B(3;6), C(6;2) y D(0;-6). Se traza la diagonal AC y se determinan los baricentros G_1 y G_2 de los triángulos ABC y ACD respectivamente. Calcular el punto medio de G_1G_2

A)(3/2;2) B)(1/2;3) C)(5/4;1)
D)(7/3;1/2) E)(5/3;3/2)

20. El ángulo de inclinación de una recta es 45°. Hallar su ecuación, si la distancia hacia el Origen es 4u.

A) $x-y\pm\sqrt{2}=0$

B) $x-y\pm2\sqrt{2}=0$

C) $x-y\pm3\sqrt{2}=0$

D) $x-y\pm4\sqrt{2}=0$

E) $x-y\pm6\sqrt{2}=0$

FIN DE LA SESIÓN

PRACTICA Y APRENDERÁS

CLAVES

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30